



## DS 2 - mardi 30 novembre 2021 - sujet B

Durée : 2 heures

Nom : ..... Prénom : .....

TOTAL sur 20	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4
	/ 4	/ 5	/ 5	/ 6

**Exercice 1.**

4 points

La suite  $(u_n)$  est définie par  $u_0 = 13$  et pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$ .

- Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$  :  $u_n = 1 + \frac{12}{5^n}$ .
- En déduire la limite de la suite  $(u_n)$ .

**Exercice 2.**

5 points

- Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes sur son ensemble de définition (sans justifier) :

(a) sur  $\mathbb{R}$ ,  $m(x) = 7x^2 + 2x - 5$

(b) sur  $\mathbb{R}$ ,  $n(x) = (x+1)e^{x^2+2x}$

- Soient deux fonctions définies sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}$  et  $g(x) = \frac{-1 - \ln(x)}{x}$ .

(a) Montrer que  $g$  est une primitive de  $f$ .

(b) En déduire la primitive  $F$  de  $f$  sur  $]0; +\infty[$  tel que  $F(e) = \frac{1}{e}$ .

- Déterminer l'ensemble des fonctions vérifiant l'équation différentielle :  $y' + 2y = 4$ .

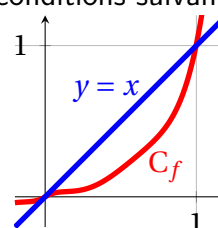
**Exercice 3.**

5 points

On s'intéresse à des courbes permettant d'analyser la répartition de la masse salariale d'une entreprise.

Les fonctions  $f$  associées sont définies sur  $[0; 1]$  et doivent vérifier les conditions suivantes :

- $f(0) = 0$  et  $f(1) = 1$
- $f$  est croissante sur  $[0; 1]$
- Pour tout  $x$  de l'intervalle  $[0; 1]$ ,  $f(x) \leq x$



Justifiez que la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x e^{x-1}$  vérifie les trois conditions.

**Exercice 4.**

6 points

Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle, composée à 65 % d'hommes.

Des études préalables ont montré que 30 % des hommes contactés écoutent les explications, les autres raccrochant aussitôt (ou se déclarant immédiatement non intéressés). Parmi les femmes, 60 % écoutent les explications. On admet que ces proportions restent stables.

**Partie A**

On choisit au hasard une personne dans le fichier clients. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

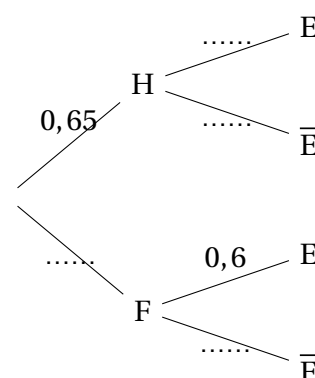
On note  $H$  l'évènement « la personne choisie est un homme »,

$F$  l'évènement « la personne choisie est une femme »,

$E$  l'évènement « la personne choisie écoute les explications du démarcheur » et

$\bar{E}$  l'évènement contraire de  $E$ .

1. Compléter l'arbre de probabilité proposé ci-contre :
2. (a) Calculer  $p(E \cap F)$  et interpréter le résultat.
- (b) Montrer que la probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à 0,405.
- (c) Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute. Quelle est la probabilité que ce soit un homme ? *On donnera le résultat arrondi au centième.*

**Partie B**

Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent également de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.

Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour. On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.

On note  $X$  la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

1. Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné. (*On arrondira le résultat au centième*).
3. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné. *On donnera une valeur arrondie au dix millième.*